

7 класс

Задача 1. Весёлые аскорбинки

ВНИМАНИЕ. Не открывайте коробочку с драже прежде, чем прочтёте условие полностью!

1. Вам выдано большое количество драже аскорбиновой кислоты. Придумайте и опишите способ, которым можно определить точно большое количество драже (порядка 1000 штук) за наименьшее время (вариант счёта по одной такого количества аскорбинок очень медленный и не рассматривается).

2. Не потеряв ни одной аскорбинки, определите их количество предложенным вами способом.

3. Определите диаметр D одного драже.

Оборудование. Драже аскорбиновой кислоты, 4 линейки, лист белой бумаги, ножницы и скотч (выдаются по требованию).

7 класс

Задача 1. Весёлые аскорбинки

ВНИМАНИЕ. Не открывайте коробочку с драже прежде, чем прочтёте условие полностью!

4. Вам выдано большое количество драже аскорбиновой кислоты. Придумайте и опишите способ, которым можно определить точно большое количество драже (порядка 1000 штук) за наименьшее время (вариант счёта по одной такого количества аскорбинок очень медленный и не рассматривается).

5. Не потеряв ни одной аскорбинки, определите их количество предложенным вами способом.

6. Определите диаметр D одного драже.

Оборудование. Драже аскорбиновой кислоты, 4 линейки, лист белой бумаги, ножницы и скотч (выдаются по требованию).

Задача 2. Формула Пика

В конце XIX века австрийский математик Пик придумал формулу, которая позволяет вычислять площадь многоугольников с вершинами, расположенными в узлах квадратной сетки. В этой задаче вам предлагается определить эту формулу экспериментально.

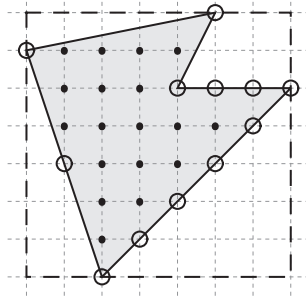


Рис. 1

Рассмотрим некоторый многоугольник, нарисованный в тетради в клеточку (рис. 1). Некоторые из узлов сетки оказываются внутри этого многоугольника (на рисунке эти узлы обозначены точками). Некоторые узлы сетки оказываются лежащими на границе многоугольника (на рисунке такие узлы обведены кружком). Обозначим количество этих узлов через N и M соответственно. В приведённом примере $N_0 = 18$, $M_0 = 12$.

Площадь многоугольника можно подсчитать, отняв от площади квадрата со стороной 3,5 см (обозначенного пунктиром) площади трёх треугольников и одной трапеции, которая, в свою очередь, разбивается на квадрат со стороной 1 см и треугольник. Таким образом, площадь многоугольника равна $S_0 = 5,75 \text{ см}^2$.

Оказывается, что площадь многоугольника можно представить как:

$$S = aN + bM + c,$$

где a , b и c — некоторые постоянные коэффициенты. Вам осталось найти их.

Для этого нарисуйте в вашей тетради 10 многоугольников разных размеров и форм с площадями от 1 до 25 см². Пронумеруйте многоугольники и составьте таблицу, в которой будут указаны номер i многоугольника, его площадь S_i и числа N_i и M_i .

Рассмотрим какой-нибудь многоугольник. Для него мы знаем, что:

$$S_i = aN_i + bM_i + c. \quad (1)$$

С другой стороны, для приведённого на рисунке 1 многоугольника эта формула тоже верна:

$$S_0 = aN_0 + bM_0 + c. \quad (2)$$

Отняв из уравнения (1) уравнение (2), получим:

$$S_i - S_0 = a(N_i - N_0) + b(M_i - M_0).$$

Разделим правую и левую части этого уравнения на $M_i - M_0$:

$$\frac{S_i - S_0}{M_i - M_0} = a \frac{N_i - N_0}{M_i - M_0} + b. \quad (3)$$

Если теперь ввести величины $y = \frac{S_i - S_0}{M_i - M_0}$ и $x = \frac{N_i - N_0}{M_i - M_0}$, то уравнение (3) переписется в виде:

$$y = ax + b.$$

Таким образом, график $y(x)$ представляет собой прямую линию с коэффициентом наклона a , пересекающую ось y в точке $(0, b)$.

Добавьте в таблицу столбцы y и x и подсчитайте значения этих величин для всех многоугольников. Если вдруг окажется, что $M_i = M_0$ и вам придётся делить на ноль, просто поставьте напротив этого многоугольника прочерк.

Постройте график зависимости $y(x)$. У вас должно получиться 9–10 точек. Определите по графику коэффициенты a и b . Придумайте, как, зная коэффициенты a и b , определить коэффициент c , и найдите его. Запишите конечную формулу Пика с подставленными коэффициентами a , b и c .

8 класс

Задача 1. Модель кристалла

Вам выдано большое количество драже аскорбиновой кислоты. Если расположить драже на плоскости стола, то их расположение можно назвать *плоской упаковкой*. Ограничим аскорбинки прямоугольником со сторонами, намного большими радиуса драже. Понятно, что при различных упаковках (взаимных расположениях драже) мы будем получать различное число аскорбинок, попавших в прямоугольник.

В случае произвольно лежащих аскорбинок (рис. 2) в прямоугольник их поместится немного. Если укладывать их ровными рядами (рис. 3), в тот же прямоугольник попадёт больше драже. Назовём такую упаковку *квадратной*. Если использовать упаковку, показанную на рисунке 4, в прямоугольник помещается больше всего аскорбинок. Такую упаковку назовём *плотной*.

Оказывается, атомы в некоторых кристаллах упакованы похожими способами. В частности, в кристаллах поваренной соли ионы хлора и натрия упакованы в кубическую решётку — трёхмерный аналог квадратной. А графит в карандаше представляет собой совокупность слоёв, в которых атомы углерода имеют плотную упаковку.



Рис. 2

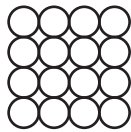


Рис. 3

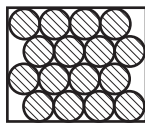


Рис. 4

Коэффициентом плотности (или просто плотностью) поверхностной упаковки назовём величину $k = S_{\text{п}}/S_0$, где $S_{\text{п}}$ — площадь, «покрываемая» аскорбинками (заштрихованная область на рисунке 4), а S_0 — вся площадь рассматриваемого фрагмента упаковки.

1. Рассчитайте теоретически плотность квадратной упаковки $k_{\text{кв}}$.

Примечание. Площадь круга радиуса r равна $S = 3,142 r^2$.

2. Ограничьте некоторую прямоугольную область линейками (для уменьшения погрешности нужно постараться выбрать такой прямоугольник, чтобы его стороны не сильно отличались). Заполните эту область плотной упаковкой (постарайтесь использовать все аскорбинки). Определите коэффициент плотности $k_{\text{пл}}$. Убедитесь, что $k_{\text{пл}} > k_{\text{кв}}$.

3. Аналогично можно ввести коэффициент плотности объёмной упаковки $k_V = V_3/V_0$, где V_3 — объём, занимаемый аскорбинками, а V_0 — весь объём рассматриваемого фрагмента упаковки. Загрузите все аскорбинки в баночку и, потряхивая её, постарайтесь уложить их максимально плотно. Измерив радиус R баночки и высоту H , на которую засыпаны аскорбинки, по формуле $V_0 = 3,142 R^2 H$ рассчитайте объём V_0 . Разницей внутреннего и внешнего

радиусов баночки пренебрежём. Теперь, зная объём, занимаемый драже, получите экспериментально k_V с наибольшей возможной точностью.

Примечание. Объём шара радиуса r равен $V = 4,189 r^3$.

Оборудование. Баночка с драже аскорбиновой кислоты, 4 линейки, лист белой бумаги, ножницы и скотч (выдаются по требованию).

8 класс

Задача 2. В путь!

1. Проложите на карте Московской области (рис. 1) кратчайший маршрут от Дубны до Серпухова по автомобильным дорогам. Найдите длину вашего маршрута.

2. Губернатор Московской области облетел свои владения на вертолётё по маршруту, изображённому на карте. Сколько километров пролетел губернатор?

Оборудование. Карта, карандаш, ластик.

8 класс

Задача 2. В путь!

1. Проложите на карте Московской области (рис. 1) кратчайший маршрут от Дубны до Серпухова по автомобильным дорогам. Найдите длину вашего маршрута.

2. Губернатор Московской области облетел свои владения на вертолётё по маршруту, изображённому на карте. Сколько километров пролетел губернатор?

Оборудование. Карта, карандаш, ластик.

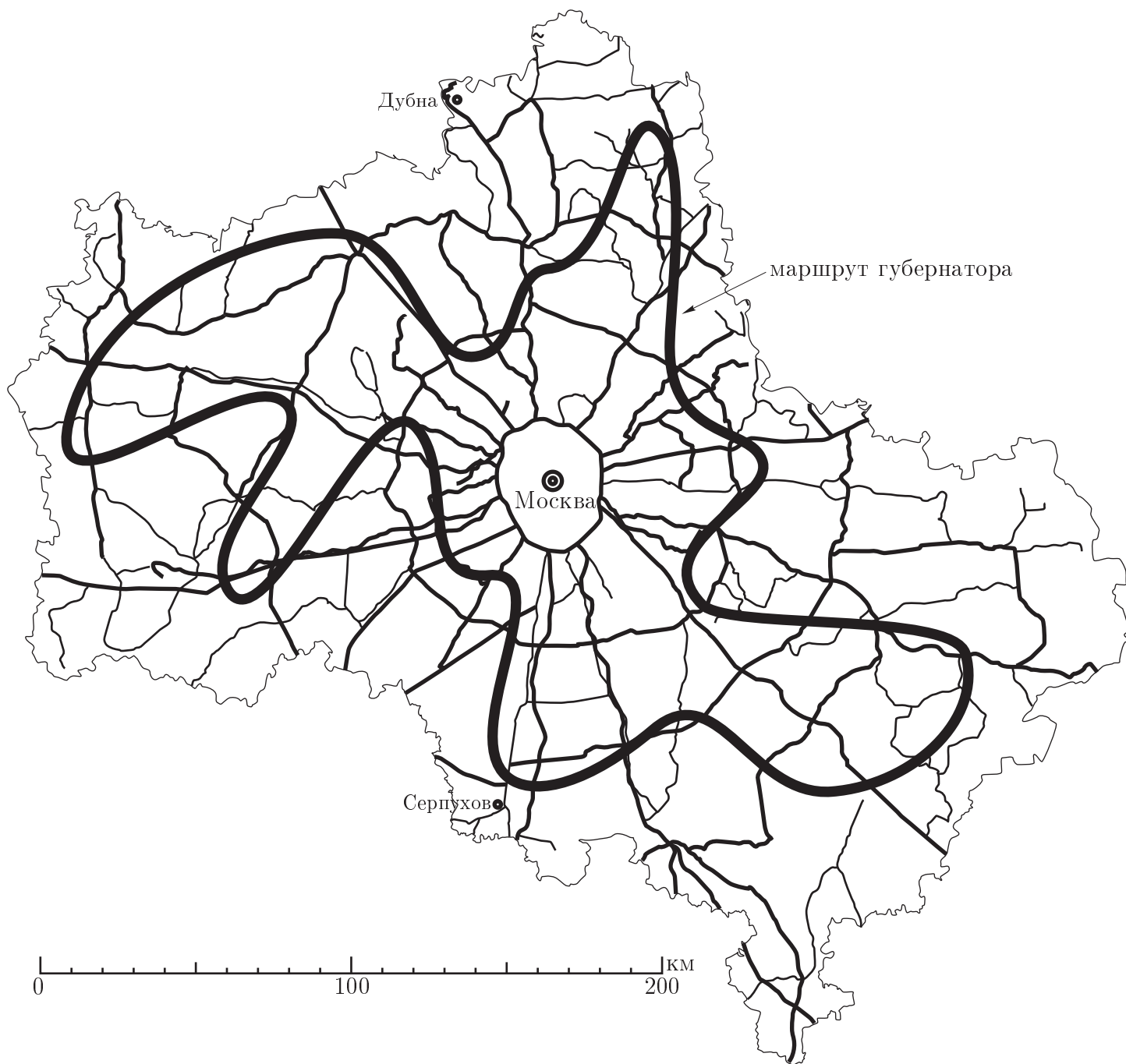


Рис. 1

По окончании тура не забудьте сдать карту!